

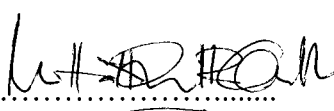
MEREKABENTUK PENGAWAL  
BAGI SISTEM BANDUL SONGSANG

MUHAIMIN ZUNNUR QOYYUM B. MOHD NAJIB

Fakulti Kejuruteraan Elektrik  
Universiti Teknikal Malaysia Melaka

MAY 2008

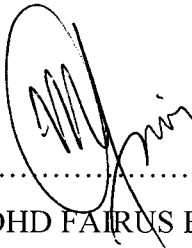
“ Saya akui laporan ini adalah hasil kerja saya sendiri kecuali ringkasan dan petikan yang tiap-tiap satunya saya jelaskan sumbernya. ”

Tandatangan : .....  .....

Nama : MUHAIMIN ZUNNUR QOYYUM B. MOHD NAJIB

Tarikh : 01 May 2008

“ Saya akui bahawa saya telah membaca karya ini, pada pandangan saya karya ini adalah memadai dari skop dan kualiti untuk tujuan penganugerahan Ijazah Sarjana Muda Kejuruteraan Elektrik (Kawalan, Instrumentasi dan Automasi).”

Tandatangan :  .....

Nama : MOHD FAIRUS BIN ABDOLLAH

Tarikh : 01 May 2008

Untuk Ummi, Romadiah Bt Hussin. Isteri, Nuruliswa Bt Abdullah. Anak,  
Allahyarham Muhammad Adam dan Allahyarham Muhammad Yusof B Muhaimin  
Zunnur Qoyyum dan keluarga tercinta...

## PENGHARGAAN

Kejayaan untuk menyiapkan tesis ini adalah diatas bantuan individu tertentu. Tanpa mereka, mungkin sukar untuk melakukannya. Oleh itu saya berbesar hati untuk membuat penghargaan ini kepada,

Pertama sekali, syukur AL-HAMDULILLAH kepada ALLAH swt kerana memberi kekuatan, kesihatan dan semangat yang kuat kepada saya. Dan mentakdirkan saya untuk belajar di peringkat Ijazah Sarjana Muda dan di Universiti Teknikal Malaysia Melaka.

Terima Kasih tidak terhingga kepada **Encik Mohd Fairus Bin Abdollah**, kerana banyak membantu saya dalam menyiapkan laporan dan kajian ini . Beliau banyak memberi tunjuk ajar kepakarannya terhadap saya, demi memastikan projek ini berjalan dengan baik. Apabila ada masalah, beliau akan meluangkan masa untuk saya walaupun berjam-jam lamanya.

Terima kasih juga tidak terhingga kepada isteri saya, **Nuruliswa Binti Abdullah** kerana sentiasa membantu dan menolong saya sepanjang masa. Segala pengorbanan yang kamu lakukan akan mendapat balasan dari Nya.

Tidak ketinggalan juga kepada ibu saya, **Romadhiah Binti Hussin**. Yang sentiasa menyokong saya dari dahulu sehingga sekarang. Segala penat jerihmu yang membesarkan saya, akan terbalas nanti. Juga kepada rakan seperjuangan saya yang banyak membantu saya terutama dalam menyiapkan laporan ini serta individu yang terlibat secara langsung mahupun tidak langsung.

## ABSTRAK

Seperti yang diketahui dalam aplikasi sistem kawalan, sistem Bandul Songsang boleh diformulakan untuk mendapatkan pengawal-pengawal seperti PI,PD dan PID. Dengan menyelesaikan persamaan untuk Bandul Songsang ini, langkah merekabentuk pengawal diperolehi. Seterusnya ianya boleh digambarkan didalam simulasi MATLAB, menggunakan MATLAB Simulink. Akhir sekali, perbandingan akan dilakukan berdasarkan kepada prestasi ketiga-tiga pengawal tersebut.

## ABSTRACT

As those are known in control system application, Inverted Pendulum system can be represented into formula to obtain the controller such as PI, PD and PID. By solving the equations of this Inverted Pendulum, steps to design a controller can be obtained. Further it can be described inside MATLAB's simulation, using MATLAB Simulink. Finally, comparison will be making base on the performances of those three controllers.

## ISI KANDUNGAN

BAB	TOPIK	MUKA SURAT
	<b>PENGHARGAAN</b>	v
	<b>ABSTRAK</b>	vi
	<b>ISI KANDUNGAN</b>	viii
	<b>SENARAI JADUAL</b>	x
	<b>SENARAI RAJAH</b>	xi
<b>1</b>	<b>Pengenalan</b>	
	1.1 Sasaran	1
	1.2 Objektif	1
	1.3 Skop	2
	1.4 Penyata Masalah	2
	1.5 Jadual Projek	3
<b>2</b>	<b>Kajian Ilmiah</b>	
	2.1 Sistem Bandul Songsang : Kajian Kes Lepas	4
	2.1.1 Kajian Kes 1	4
	2.1.2 Kajian Kes 2	5
	2.1.3 Kajian Kes 3	5
	2.2 Kajian Perisian	6
	2.2.1 MATLAB Simulink	6
<b>3</b>	<b>Metodologi</b>	
	3.1 Pendahuluan	8
	3.2 Fasa Kajian	9
	3.3 Fasa Kajian Ilmiah	9
	3.4 Persamaan Bandul Songsang	9
	3.4.1 Pendahuluan	9
	3.4.2 Model Matematik Bandul Songsang	11



	3.4.2.1 Terbitan Model	11
	3.4.2.2 Pelinearan Persamaan	12
	3.4.2.3 Fungsi Pindaan	13
	3.4.2.4 State-Space	14
	3.4.2.5 Model Pelinearan	15
	3.4.3 Kesimpulan	16
3.5	Fasa Merekabentuk Pengawal	17
	3.5.1 Pengawal Terbitan Kamiran Berkadar (PID)	17
	3.5.2 Pengawal Kamiran Berkadar (PI)	18
	3.5.3 Pengawal Terbitan Berkadar (PD)	18
<b>4</b>	<b>KEPUTUSAN DAN ANALISIS</b>	<b>20</b>
	4.1 Pendahuluan	20
	4.2 Pelantar dan Pengawal	20
	4.2.1 Pembinaan Pelantar	21
	4.2.2 Pembinaan Pengawal	23
	4.2.2.1 Kaedah Ziegler-Nichols	24
	4.3 Simulasi Tanpa Pengawal	25
	4.4 Simulasi Menggunakan Pengawal	28
	4.5 Simulasi Pengawal PD	29
	4.6 Simulasi Pengawal PI	33
	4.7 Simulasi Pengawal PID	37
	4.8 Perbandingan Analisis Terhadap PD, PI dan PID	41
	4.9 Rumusan	43
<b>5</b>	<b>KESIMPULAN DAN CADANGAN</b>	
	5.1 Kesimpulan	44
	5.2 Cadangan	44
	<b>RUJUKAN</b>	<b>46</b>

## SENARAI JADUAL

1.1	Jadual Projek	3
3.1	Nilai Parameter	13
4.1	Kaedah Ziegler-Nichols	24
4.2	Nilai Parameter bagi Pengawal PI, PD dan PID	41

## SENARAI RAJAH

2.1 Perisian MATLAB Simulink	7
3.1 Carta Alir Proses Merekabentuk pengawal	8
3.2 Diagram Kereta dan Bandul	10
3.3 Diagram Dua Badan Bebas	11
3.4 Blok Diagram Sistem Bandul Songsang	17
3.5 Simbol PID	17
3.6 Blok Diagram Pengawal PI	18
3.7 Blok Diagram Pengawal PD	18
4.1 Diagram Simulink Mewakili Sistem Bandul Songsang	23
4.2 Sub Sistem bandul Songsang	24
4.3 Blok Simulink Pengawal PID	24
4.4 Graf Analisis Denyut Pada Bandul	25
4.5 Diagram Simulink Bandul Songsang Tanpa Pengawal	26
4.6 Amplitud Sudut ( $\theta$ ) dan Masa (saat) bagi Respon Denyutan Bandul Songsang	26
4.7 Analisis Pada Bandul ( $\theta$ )	27
4.8 Analisis Pada kereta (x)	27
4.9 Peta Kutub dan Sifar Sistem Bandul Songsang	28
4.10 Diagram Simulink bagi Sistem Bandul Songsang	29
4.11 Fungsi Blok Parameter Bagi Pengawal PD	29
4.12 Sudut Lawan Masa Bagi Bandul Menggunakan Pengawal PD	30
4.13 Jarak Lawan Masa bagi Kereta Menggunakan Pengawal PD	30
4.14 Graf Sudut lawan Masa Pengawal PD dengan nilai Masa Puncak, $T_p$ dan Nilai Theta	31
4.15 Graf Sudut lawan Masa Pengawal PD dengan nilai Masa Penetapan, $T_s$ dan Nilai Theta	31

4.16 Graf Jarak lawan Masa Pengawal PD dengan nilai Masa Puncak, $T_p$ dan Nilai Theta	32
4.17 Graf Jarak lawan Masa Pengawal PD dengan nilai Masa Penetapan, $T_s$ dan Nilai Theta	32
4.18 Fungsi Blok Parameter Bagi Pengawal PI	33
4.19 Sudut lawan Masa bagi Bandul menggunakan pengawal PI	34
4.20 Jarak lawan Masa bagi Kart menggunakan pengawal PI	34
4.21 Graf Sudut lawan Masa Pengawal PI dengan nilai Masa Puncak, $T_p$ dan Nilai Theta	35
4.22 Graf Sudut lawan Masa Pengawal PI dengan nilai Masa Penetapan, $T_s$ dan Nilai Theta	35
4.23 Graf Jarak lawan Masa Pengawal PI dengan nilai Masa Puncak, $T_p$ dan Nilai Theta	36
4.24 Graf Jarak lawan Masa Pengawal PI dengan nilai Masa Penetapan, $T_s$ dan Nilai Theta	36
4.25 Fungsi Blok Parameter bagi Pengawal PID	37
4.26 Sudut lawan Masa bagi Bandul menggunakan pengawal PID	38
4.27 Jarak lawan Masa bagi Kart menggunakan pengawal PID	38
4.28 Graf Sudut lawan Masa Pengawal PID dengan nilai Masa Puncak, $T_p$ dan Nilai Theta	39
4.29 Graf Sudut lawan Masa Pengawal PID dengan nilai Masa Penetapan, $T_s$ dan Nilai Theta	39
4.30 Graf Jarak lawan Masa Pengawal PID dengan nilai Masa Puncak, $T_p$ dan Nilai Theta	40
4.31 Graf Sudut lawan Masa Pengawal PI dengan nilai Masa Penetapan, $T_s$ dan Nilai Theta	40
4.32 Graf Sudut lawan Masa pengawal PID	42
4.33 Graf Sudut lawan Masa pengawal PI	42
4.34 Graf Sudut lawan Masa pengawal PD	43

## BAB 1

### PENGENALAN

Seperti yang diketahui dalam aplikasi sistem kawalan, Sistem Bandul Songsang boleh diformulakan untuk mendapatkan pengawal-pengawal seperti Kamiran Berkadar (PI), Terbitan Berkadar (PD) dan Terbitan Kamiran Berkadar (PID). Dengan menyelesaikan persamaan untuk Bandul Songsang ini, langkah merekabentuk pengawal diperolehi.

Seterusnya ianya boleh digambarkan didalam simulasi MATLAB, menggunakan MATLAB Simulink. Akhir sekali, perbandingan akan dilakukan berdasarkan kepada prestasi ketiga-tiga pengawal tersebut.

#### 1.1 Sasaran

Sasaran projek ini adalah untuk menghasilkan pengawal yang terbaik untuk Sistem Bandul Songsang. Sistem ini direkabentuk untuk kegunaan aplikasi di industri dan oleh pelajar-pelajar untuk membuat kajian kelak

#### 1.2 Objektif

Objektif kajian ini adalah seperti berikut:

1. Untuk mengformulakan, sebuah model matematik yang lengkap dalam Sistem Bandul Songsang.
2. Untuk mengawal Sistem Bandul Songsang menggunakan PI,PD dan PID.

3. Mensimulasikan model matematik bagi Bandul Songsang dengan menggunakan MATLAB Simulink.
4. Untuk membuat perbandingan antara prestasi pengawal PI,PD dan PID.

### **1.3 Skop**

Kerja-kerja yang diambil dalam projek ini adalah terhad kepada aspek berikut:

1. Model matematik Bandul Songsang adalah diterbitkan berasaskan dari Tutorial University Of Michigan, US.
2. Kerja-kerja simulasi menggunakan MATLAB Simulink adalah satu platform dimana untuk membuktikan, keberkesanan kawalan yang direkabentuk.
3. Perbandingan keputusan bergantung kepada prestasi pengawal PI,PD dan PID.

### **1.4 Penyataan Masalah**

Terdapat beberapa masalah semasa kajian ini dibuat, antaranya ialah:

1. Formula matematik untuk mendapatkan pengawal adalah rumit.
2. Simulasi MATLAB memakan masa agak lama.
3. Sistem yang hendak dikawal merupakan sistem tidak linear. Maka pengiraannya adalah kompleks kerana melibatkan persamaan seperti Sinus dan Kosinus.

## BAB II

### KAJIAN ILMIAH

Bahagian ini membincangkan tentang kajian Sistem Bandul Songsang yang pernah dilakukan.

#### 2.1 Sistem Bandul Songsang: kajian kes lepas

Terdapat beberapa kajian mengenai Bandul Songsang ini. Antaranya ialah:

1. Eitan Sherer & Kenji Hashimoto, daripada Cornell University.  
Brian Korte and Brian Halaburka
2. Shr-Shiung Hu\* dari Department of Mechanical Engineering and Mechanics,
3. Drexel University, Philadelphia.

##### 2.1.1 Kajian Kes 1

Eitan Sherer & Kenji Hashimoto, Cornell University

Projek ini bertujuan untuk membina sebuah pengimbang Bandul Songsang dalam keadaan permukaan dua dimensi menegak menggunakan Terbitan Kamiran Berkadar(PID) pengawal suapbalik.

Pengimbang Bandul Songsang adalah sebuah kereta kawalan radio yang diubahsuai dengan menambahkan pelantaran kaca plaksi dan sebuah Bandul Songsang dengan poros bebas berputar. Komponen elektrik bagi pengimbang

digabungkan bersama perkakasan (Atmel Mega32 Microcontroller), sebuah input pengesanan sudut (US Digital Optical Shaft Encoder) dan sebuah output pemacu motor (National Semiconductor LMD18200 H-Bridge) diletakkan ke dalam sebuah kotak dan hanya untuk satu kegunaan sahaja, dimana pergerakan kereta bergerak secara automatik untuk memastikan bandul selamat dari terjatuh.

### **2.1.2 Kajian Kes 2**

Brian Korte and Brian Halaburka

Rekabentuk yang dibina terdiri daripada sebuah kart empat roda yang dipandu oleh sebuah motor menggunakan sebuah takal dan 1 meter bandul. Peralatan sistem ini sistem dua kawalan :

Pertama, sistem manual sebuah “potentionmeter” diterbalikkan kegunaannya dari mengawal input voltan kepada motor. Kedua, menjadikan kadar terbitan (PD) pengawal yang terbina daripada litar op-amp.

Pada akhir projek ini, demonstrasi telah dijalankan. Ini akan membolehkan pengguna melihat Bandul Songsang ini boleh bersedia daripada keseimbangan tidak stabil menggunakan pengawal PD. Juga digunakan pembolehubah gandaan untuk pelengkap, kesan daripada peningkatan atau pengurangan PD gandaan boleh dimudahkan.

### **2.1.3 Kajian Kes 3**

Shr-Shiung Hu\* Department of Mechanical Engineering and Mechanics, Drexel University, Philadelphia.

Seperti yang diketahui, aplikasi kawalan, sebuah Sistem Bandul Songsang, boleh diformulakan seperti ‘Nonlinear H’, dalam masalah kawalan. Dalam aturan untuk membina sebuah pengawal ‘Nonlinear H’, yang perlu untuk mendapatkan



penyelesaian untuk 'Hamilton-Jacob Equation (HJE). Yang mengikut Algorithma adalah kerja untuk mendapatkan sebuah anggaran penyelesaian untuk HJE dan kemudian sebuah nonlinear H,

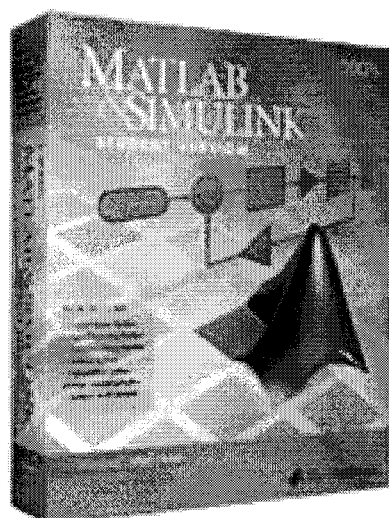
Pengawal dibina oleh simulasi gerakbalas bandul gelung tertutup untuk kedua-dua 'Nonlinear H' dan 'linear H'. Pengawal akan beraksi dan dibandingkan prestasinya. Ini akan menunjukkan pengawal 'Nonlinear H' lebih baik prestasinya berbanding dengan pengawal 'Linear'.

## **2.2 Kajian Perisian**

Kajian mengenai perisian yang akan digunakan untuk perbandingan prestasi pengawal. Perisian tersebut adalah MATLAB Simulink.

### **2.2.1 MATLAB Simulink**

Simulink adalah sebuah pakej perisian yang membolehkan anda untuk mencontohkan, menyerupai, dan menganalisis sistem-sistem yang pengeluaran bertukar kepada masa. Sistem-sistem seumpama adalah selalu dirujuk untuk sistem-sistem sebagai dinamik. Simulink boleh digunakan untuk meneroka tingkah laku pelbagai realiti sistem-sistem dinamik, termasuk litar-litar elektrik, penyerap hentakan, membrek sistem-sistem, dan lain-lain elektrik, mekanikal, dan sistem-sistem termodinamik.



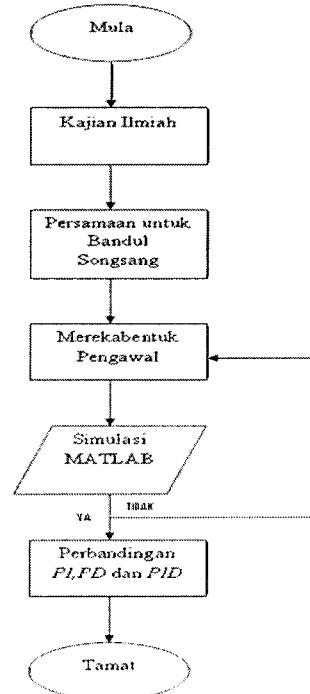
Rajah 2.1: Perisian MATLAB Simulink

## BAB III

### METODOLOGI

#### 3.1 Pendahuluan

Sistem Bandul Songsang ini merangkumi model matematik. Manakala pada bahagian pengawalnya pula adalah Terbitan Kamiran Berkadar (PID), Terbitan Berkadar (PD) dan Kamiran Berkadar (PI). Carta Alir berikut adalah proses dimana langkah-langkah permulaan dan langkah terakhir yang diambil semasa kajian ini dijalankan.



Rajah 3.1 : Carta Alir Proses Merekabentuk Pengawal

### **3.2 Fasa Kajian**

Pada fasa ini, aktiviti berikut diikuti untuk menyelesaikan masalah. Antaranya adalah dengan mencari maklumat berdasarkan objektif kajian ini. Segala maklumat diperolehi melalui jurnal, sumber internet, majalah dan buku.

Daripada kaedah tersebut, masalah berikut dapat diselesaikan:

1. Mendapatkan model matematik untuk Sistem Bandul Songsang.
2. Kajian ilmiah dari pengkaji-pengkaji mengenai Sistem Bandul Songsang ini.
3. Perbandingan pengawal berdasarkan prestasi ketiga-tiga pengawal.

### **3.3 Fasa Kajian Ilmiah**

Fasa ini melibatkan pencarian kajian-kajian serta aplikasi melibatkan Sistem Bandul Songsang ini. Sumber utama untuk fasa ini adalah dari sumber internet.

### **3.4 Persamaan Bandul Songsang**

Bahagian ini terbahagi kepada beberapa langkah untuk menterbitkan persamaan matematik yang mewakili Bandul Songsang. Beberapa nilai diambil kira dalam membentuk persamaan ini. Langkah-langkah tersebut telah diambil, antaranya ialah. Terbitan model, pelinearan persamaan, langkah fungsi pindaan dan akhir sekali dalam bentuk Ruang-Keadaan (state-space).

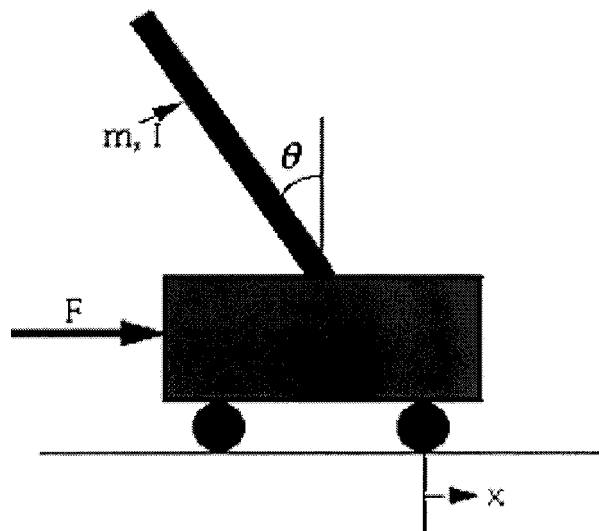
#### **3.4.1 Pendahuluan**

Sebuah Bandul Songsang mengandungi satu rod tipis. Pada dasarnya, terdapat sebuah kereta. Satu Bandul Songsang sememangnya tidak stabil, dan mestilah bertindak untuk kekal tegak. Lazimnya, kereta akan dialihkan secara mendatar sebagai satu sistem tindakbalas.

Bandul Songsang adalah satu masalah klasik dalam dinamik dan teori kawalan secara meluas. Penanda aras digunakan bagi kawalan ujian algoritma (kawalan PID, jaringan saraf, algoritma genetik dan sebagainya). Pelbagai masalah ini termasuk Berganda Penghubung. Dengan kereta digerakkan, manakala bandul keadaan pegun daripada terbalik.

Satu lagi cara Bandul Songsang itu mungkin dimantapkan, tanpa sebarang tindakan atau mekanisme kawalan. Adalah dengan memberi sokongan ayunan semasa keadaan sedang naik turun. Jika ayunan adalah kuat (dalam keadaan pecutan dan amplitud) Bandul Songsang boleh pulih dari masalah dengan cara tersebut.

Satu kereta dengan Bandul Songsang, diberi satu daya Daya Dedenyut  $F$ . Persamaan gerakan dinamik untuk sistem itu ditentukan. Dan sudut bandul adalah  $\theta = \pi$  (dengan mengangap, bahawa bandul tersebut tidak bergerak jauh dari sudut  $\pi$ ). Pengawal boleh didapati dengan mematuhi semua syarat-syarat yang diberikan.

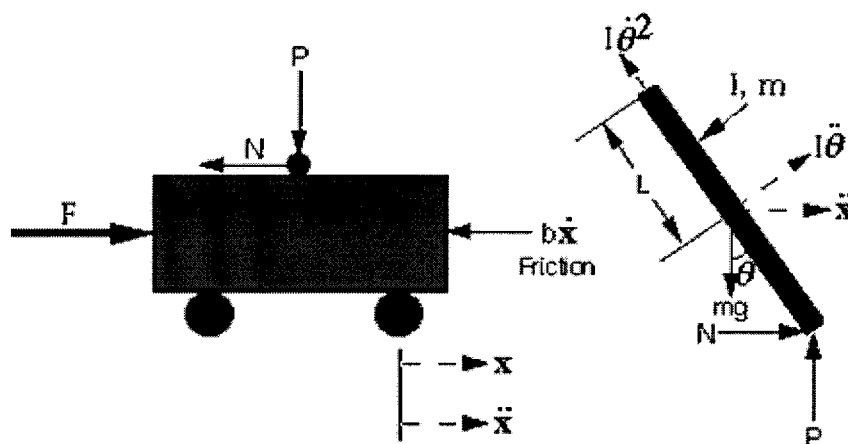


Rajah 3.2: Diagram Kereta dan Bandul

### 3.4.2 Model Matematik Bandul Songsang

Model matematik yang mewakili Bandul Songsang ditebitkan dalam bentuk Ruang-Keadaan (State-Space). Dengan mengambil kira beberapa faktor yang terlibat. Antaranya termasuk, Jisim Kereta, Daya keatas kereta, Geseran, Pecutan Graviti, Sudut bandul, Halaju Sudut Bandul, Pecutan Sudut, Jarak pergerakan kereta, Halaju kereta, Pecutan kereta dan Berat Bandul tersebut.

#### 3.4.2.1 Terbitan Model



Rajah 3.3: Diagram dua badan bebas

Jumlah daya dalam blok diagram kereta pada arah mendatar,

$$M\ddot{x} + b\dot{x} + N = F \quad (3.1)$$

Jumlah daya pada blok diagram bandul arah mendatar,

$$N = m\ddot{x} + ml\ddot{\theta} \cos\theta - ml\dot{\theta}^2 \sin\theta \quad (3.2)$$

Jika kedua-dua persamaan tadi digantikan, maka persamaan untuk pergerakan diperolehi,

$$(M + m)\ddot{\chi} + b\dot{\chi} + ml\ddot{\theta} \cos \theta - ml\dot{\theta}^2 \sin \theta = F \quad (3.3)$$

Untuk mendapatkan persamaan (3.4). Untuk pergerakan, adalah jumlah daya menegak pada bandul.

Penyelesaian ini melibatkan banyak pengiraan berkaitan dengan algebra. Maka persamaan berikut diperolehi,

$$P \sin \theta + N \cos \theta - mg \sin \theta = ml\ddot{\theta} + m\ddot{\chi} \cos \theta \quad (3.4)$$

Untuk membuang nilai P dan N, persamaan berikut digunakan,

$$-P \sin \theta - N \cos \theta = I\ddot{\theta} \quad (3.5)$$

Gabungkan persamaan kedua-dua tadi, dan persamaan(3.6) diperolehi,

$$(I + ml^2)\ddot{\theta} + mgl \sin \theta = -ml\ddot{\chi} \cos \theta \quad (3.6)$$

### 3.4.2.2 Pelinearan Persamaan

Didalam MATLAB, hanya persamaan linear sahaja boleh beroperasi. Maka nilai berikut digunakan,

Theta = pi, kos(theta) = -1, sin(theta) = -theta dan (d(theta)/dt)<sup>2</sup> = 0. Setelah pelinearan, dua persamaan akan terbentuk seperti berikut,

$$(I + ml^2)\ddot{\theta} - mgl\theta = ml\ddot{\chi} \quad (3.7)$$

$$(M + m)\ddot{\chi} + b\dot{\chi} - ml\ddot{\theta} = u$$

### 3.4.2.3 Fungsi Pindaan

Untuk mendapatkan Fungsi Pindaan yang Linear, langkah pertama adalah Mengubah Bentuk Laplace persamaan tadi.

$$(I + ml^2)\theta(s)s^2 - mgl\theta(s) = mlX(s)s^2 \quad (3.8)$$

$$(M + m)X(s)s^2 - bX(s)s - ml\theta(s)s^2 = U(s)$$

Persamaan pertama diselesaikan,

$$X(s) = \left[ \frac{(I + ml^2)}{ml} - \frac{g}{s^2} \right] \theta(s) \quad (3.9)$$

Darabkan dengan persamaan kedua,

$$(M + m) \left[ \frac{(I + ml^2)}{ml} - \frac{g}{s} \right] \theta(s)s^2 + b \left[ \frac{(I + ml^2)}{ml} + \frac{g}{s} \right] \theta(s)s - ml\theta(s)s^2 = U(s) \quad (3.10)$$

susunkan semula, Fungsi Pindaannya adalah,

$$\frac{\theta(s)}{U(s)} = \frac{\frac{ml}{q}s^2}{s^4 + \frac{b(I + ml^2)}{q}s^3 - \frac{(M + m)mgl}{q}s^2 - \frac{bmgl}{q}s} \quad (3.11)$$

Dimana,

$$q = [(M + m)(I + ml^2) - (ml)^2] \quad (3.12)$$



Dari Fungsi Pindaan tadi, kita dapat lihat bahawa sebuah Kutub dan Sifar pada asalan.

Kemudiannya persamaan menjadi,

$$\frac{\theta(s)}{U(s)} = \frac{\frac{ml}{q}s}{s^3 + \frac{b(I+ml^2)}{q}s^2 - \frac{(M+m)mgl}{q}s - \frac{bmgl}{q}} \quad (3.13)$$

### 3.4.2.4 State-Space

Setelah selesai persamaan yang telah di linearkan, Maka persamaan 'State-Space' digunakan seperti berikut,

$$\begin{bmatrix} \dot{\chi} \\ \ddot{\chi} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-(I+ml^2)b}{I(M+m)+Mml^2} & \frac{0}{I(M+m)+Mml^2} & \frac{m^2gl^2}{I(M+m)+Mml^2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-mlb}{I(M+m)+Mml^2} & \frac{0}{I(M+m)+Mml^2} & \frac{mgl(M+m)}{I(M+m)+Mml^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \chi \\ \dot{\chi} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{0}{I(M+m)+Mml^2} \\ 0 \\ \frac{ml}{I(M+m)+Mml^2} \end{bmatrix} U \quad (3.14)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \chi \\ \dot{\chi} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} U \quad (3.15)$$

Persamaan umum adalah,

$$\dot{\chi} = A\chi + Bu \quad (3.16)$$

$$y = C\chi + Du \quad (3.17)$$

C merupakan matrik 2x4, kerana kedua-dua posisi kereta dan bandul adalah keluaran.

Untuk masalah merekabentuk 'State-Space' pengawal yang dijadikan adalah sistem pelbagai keluaran. Oleh itu, posisi kereta adalah keluaran baris pertama dan bandul adalah baris kedua.

### 3.4.2.5 Model Pelinearan

Untuk menyelesaikan persamaan yang diperolehi, nilai tersebut diambil dalam pengiraan.

Jadual 3.1: Nilai Parameter

SIMBOL	PARAMETER	NILAI
M	Jisim Kart	0.5kg
m	Jisim Bandul	0.5kg
b	Geseran pada Kart	0.1 N/m/sec
l	Panjang dari tengah bandul	0.3m
I	Inersia Bandul	0.006kg*m <sup>2</sup>
F	Daya pada Kart	1N
Theta	Sudut Bandul pada keadaan tegak	0.5rad

Maka, nilai diatas digunakan untuk mendapatkan nilai A, B, C dan D. Adalah seperti berikut :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{I(M+m)+Mml^2} & \frac{0}{I(M+m)+Mml^2} & 0 \\ 0 & \frac{-(I+ml^2)b}{I(M+m)+Mml^2} & \frac{m^2gl^2}{I(M+m)+Mml^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{-mlb}{I(M+m)+Mml^2} & \frac{mgl(M+m)}{I(M+m)+Mml^2} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -0.1818 & 2.6727 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -0.4545 & 31.1818 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{I + ml^2}{I(M + m) + Mml^2} \\ 0 \\ \frac{ml}{I(M + m) + Mml^2} \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 1.8182 \\ 0 \\ 4.5455 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

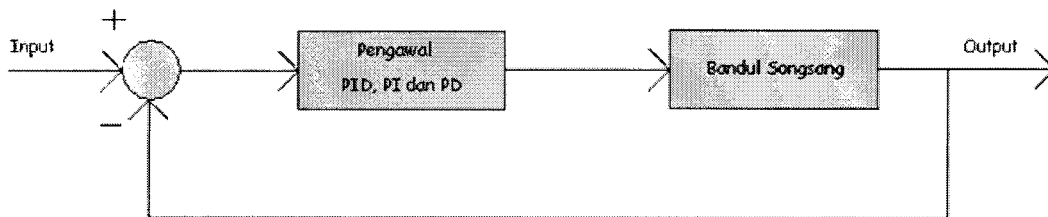
$$D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

### 3.4.3 Kesimpulan

Dalam bab ini, model matematik Sistem Bandul Songsang ini diperolehi. Dengan adanya model ini, langkah seterusnya berjalan. Iaitu menguji sistem ini dengan pengawal PID, PI dan PD didalam simulasi MATLAB Simulink.

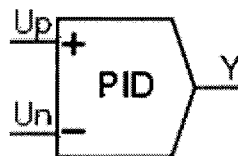
### 3.5 Fasa Merekabentuk Pengawal

Merekabentuk pengawal dibuat dengan menggunakan MATLAB Simulink. Pengawal yang digunakan adalah PID, PI dan PD. Pemilihan pengawal adalah ditentukan berdasarkan prestasi ketiga-tiga pengawal ini.



Rajah 3.4: Blok Diagram Sistem Bandul Songsang

#### 3.5.1 Pengawal Terbitan Kamiran Berkadar (PID)



Rajah 3.5: Simbol PID

$$\frac{Y}{U_{sum}} = K_p + \frac{K_i}{s} + \frac{K_d s}{\tau s + 1} = \frac{(K_p \tau + K_d) s^2 + (K_p + K_i \tau) s + K_i}{\tau s^2 + s} \quad (3.22)$$

Antaramuka ;

Up = input Positif

Un = input Negatif

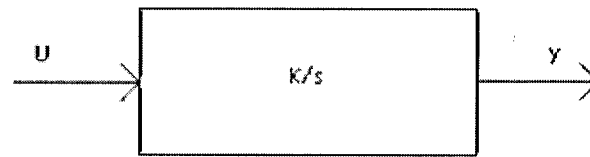
Parameter Luaran ;

Kp = gandaan Kadar

Ki = gandaan Kamiran

Kd = gandaan Terbitan

### 3.5.2 Pengawal Kamiran Berkadar (PI)



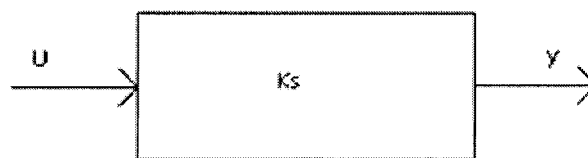
Rajah 3.6: Blok Diagram pengawal PI

Kesan daripada pembahagian Laplace-Domain Fungsi Pindaan,

$$\ell \left\{ \int_0^t f(t) dt \right\} = \frac{1}{s} F(s) \quad (3.23)$$

Jenis pengawal pembahagian ini, ditambah pada lengkung bahagian atas untuk sebelumnya. Dengan cara ini, sebuah pengawal PI akan mengambil kira prestasi pengawal yang lepas dan betul pada kesalahan sebelumnya.

### 3.5.3 Pengawal Terbitan Berkadar (PD)



Rajah 3.7: Blok diagram pengawal PD

Menggunakan kaedah Laplace, menunjukkan isyarat terbitan.

$$D(s) = \ell \{ f'(t) \} = sF(s) - f(0) \quad (3.25)$$

Dan dipermudahkan dengan menganggap isyarat awal adalah sifar,

$$D(s) = \mathcal{L} \{f'(t)\} = sF(s) - f(0) \quad (3.26)$$

Kawalan terbitan adalah dilaksanakan untuk menjelaskan nilai yang bakal, secara mengambil terbitan, dan pengawalan berdasarkan. Dimana isyarat akan terhasil pada selepas ini. Kawalan terbitan seharusnya digunakan dengan penjagaan, kerana jumlah kecil rata bunyi bising frekuensi yang tinggi boleh menyebabkan bentuk terbitan yang sangat besar, yang kelihatan dikuatkan bunyi bising. Juga, alat-alat kawalan terbitan adalah sukar untuk melaksanakan dengan sempurna dalam perkakasan atau perisian. Ini bertujuan persamaan sering melibatkan hanya kawalan atau kawalan berkadar yang dimajukan atas menggunakan terbitan kawalan.

## **BAB IV**

### **KEPUTUSAN DAN ANALISIS**

#### **4.1 Pendahuluan**

Sistem Bandul Songsang yang dibuat selepas ini akan menunjukkan bagaimana ianya dibina, dan bagaimana pengawalnya diperolehi. Didalam BAB 3, persamaan yang mewakili Bandul Songsang ini diperolehi dan kemudian diterjemahkan dalam bentuk Ruang-Keadaan. Untuk memutuskan kesahihan nilai pengawal yang diperolehi, simulasi akan dibuat dengan menggunakan MATLAB Simulink sebagai platform untuk simulasi-simulasi ini.

Pada permulaan bab ini, analisis yang pertama dibuat adalah analisis pada Bandul Songsang. Kemudian analisis pengawal P, PI dan PID dilakukan. Dan akhir sekali, perbandingan akan dibuat berdasarkan analisis yang diperolehi. Yang mana prestasi ketiga-tiga pengawal ini diambil kira.

#### **4.2 Pelantar dan Pengawal**

Pembinaan pelantar dan pengawal adalah langkah yang penting didalam simulasi pada MATLAB Simulink. Bahagian ini menerangkan bagaimana pelantar Bandul Songsang dibina, seterusnya pengawal digunakan untuk menentukan prestasi ketiga-tiga pengawal.

#### 4.2.1 Pembinaan Pelantar

Daripada persamaan-persamaan yang diperolehi, suatu model matematik telah dibina untuk mewakili Bandul Songsang iaitu dalam bentuk State Space. Kemudian nilai-nilai didalam persamaan tadi digunakan. Seterusnya nilai dalam persamaan (3.14) dan (3.15) tersebut akan diperolehi.

Kemudian nilai yang diperolehi akan diwakili dalam bentuk blok di dalam MATLAB Simulink. Dimana nilai pada A dan B, telah dipermudahkan lagi menjadi seperti berikut.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{I(M+m)+Mml^2} & \frac{0}{I(M+m)+Mml^2} & 0 \\ 0 & \frac{-(I+ml^2)b}{I(M+m)+Mml^2} & \frac{m^2gl^2}{I(M+m)+Mml^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{-mlb}{I(M+m)+Mml^2} & \frac{mgl(M+m)}{I(M+m)+Mml^2} & 0 \end{bmatrix}$$

$$a = \frac{-(I+ml^2)b}{I(M+m)+Mml^2} = -0.1818$$

$$b = \frac{m^2gl^2}{I(M+m)+Mml^2} = 2.6727$$

$$c = \frac{-mlb}{I(M+m)+Mml^2} = -0.4545$$

$$d = \frac{mgl(M+m)}{I(M+m)+Mml^2} = 31.1818$$

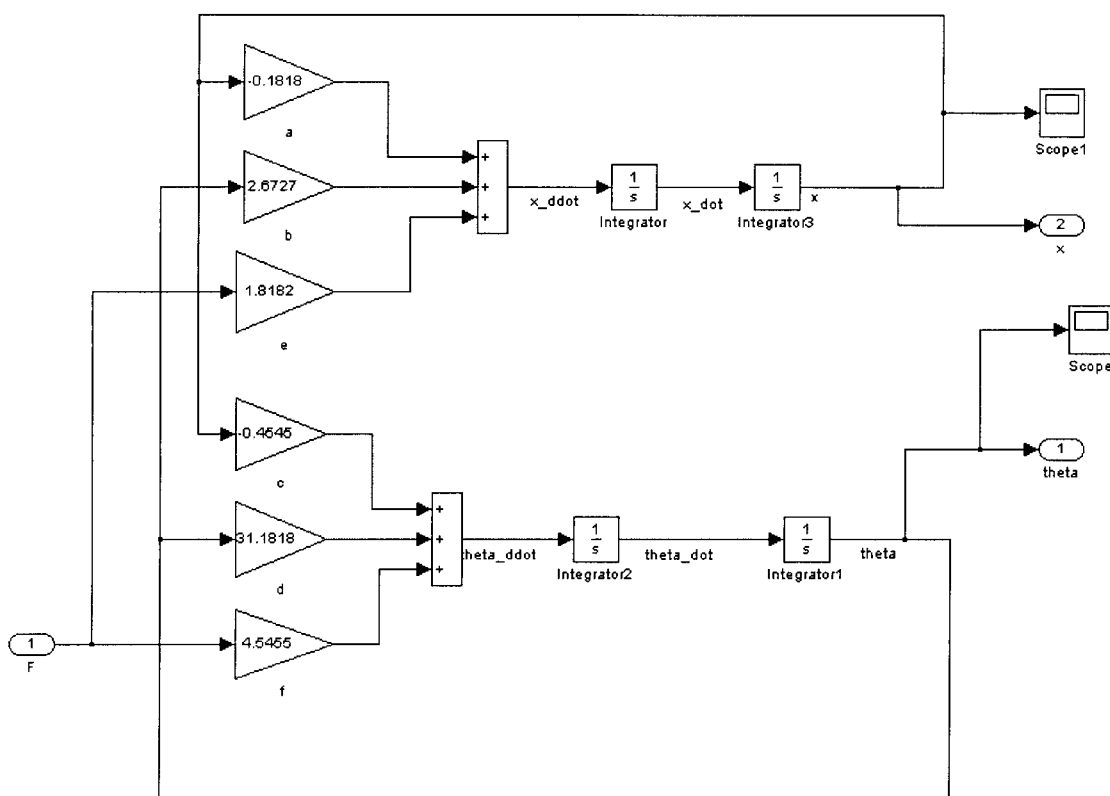
$$B = \begin{bmatrix} \frac{0}{I+ml^2} \\ \frac{0}{I(M+m)+Mml^2} \\ \frac{ml}{I(M+m)+Mml^2} \end{bmatrix}$$



$$e = \frac{I + ml^2}{I(M + m) + Mml^2} = 1.1812$$

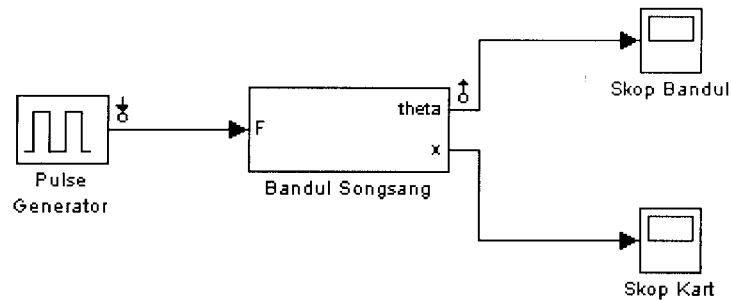
$$f = \frac{ml}{I(M + m) + Mml^2} = 4.5455$$

Daripada nilai yang diperolehi, blok berikut akan mewakili nilai-nilai diatas. Dan beberapa fungsi kamiran digunakan untuk memperolehi nilai Jarak Kart  $x$ , Laju Kart  $\dot{x}$  dan Pecutan Kart  $\ddot{x}$ . Manakala fungsi kamiran juga digunakan untuk memperolehi nilai sudut  $\theta$ , halaju sudut  $\dot{\theta}$ , dan pecutan sudut  $\ddot{\theta}$ .



Rajah 4.1 : Diagram Simulink mewakili Sistem Bandul Songsang

Daripada Rajah 4.1, blok baru dibentuk melalui kaedah sub sistem. Blok yang dibina kemudian diberi nama Bandul songsang.



Rajah 4.2 : Sub Sistem Bandul Songsang

#### 4.2.2 Pembinaan Pengawal

Pengawal yang digunakan adalah PI, PD dan PID. Maka pembinaan tidak dilakukan, kerana didalam MATLAB Simulink telah menyediakan Blok yang mewakili Pengawal ini. Hanya nilai yang harus dimasukkan untuk mendapatkan Pengawal-pengawal berkenaan. Nilai yang diperolehi adalah melalui kaedah Ziegler-Nichlos.



Rajah 4.3 : Blok Simulink Pengawal PID

##### 4.2.2.1 Kaedah Ziegler-Nichols

Kaedah Ziegler-Nichols adalah suatu kaedah untuk memperolehi nilai  $K_p$ ,  $K_i$ , dan  $K_d$ . Nilai-nilai akan digunakan dalam pengawal PI, PD dan PID. Jadual 4.1 menunjukkan persamaan yang digunakan untuk memperolehi ketiga-tiga pengawal. Langkah pertama adalah menentukan  $K_c$  dan  $P_c$  dari simulasi Bandul Songsang seperti dalam rajah 4.4.

Jadual 4.1 : Kaedah Ziegler-Nichols

Jenis Pengawal	Kp	Ki	Kd
P	0.5Kc	-	-
PI	0.45Kc	1.2Kp/Pc	-
PID	0.6Kc	2Kp/Pc	-

Daripada jadual diatas, nilai Pengawal-pengawal diperolehi melalui pengiraan berikut, kemudian nilai tersebut akan dimasukkan ke Blok Pengawal MATLAB Simulink.

Pengawal P ;

$$\begin{aligned} K_p &= 0.5 \times K_c \\ &= 0.5 \times 40 \\ &= 20 \end{aligned}$$

Pengawal PI ;

$$\begin{aligned} K_p &= 0.45 \times K_c \\ &= 0.45 \times 40 \\ &= 18 \end{aligned}$$

Ki = 1.2Kp/Pc

$$\begin{aligned} &= 1.2 \times 40 / 0.8 \\ &= 60 \end{aligned}$$

Pengawal PID ;

$$\begin{aligned} K_p &= 0.6 \times K_c \\ &= 0.6 \times 40 \\ &= 24 \end{aligned}$$

Ki = 2Kp / Pc

$$\begin{aligned} &= 2 \times 40 / 0.8 \\ &= 100 \end{aligned}$$